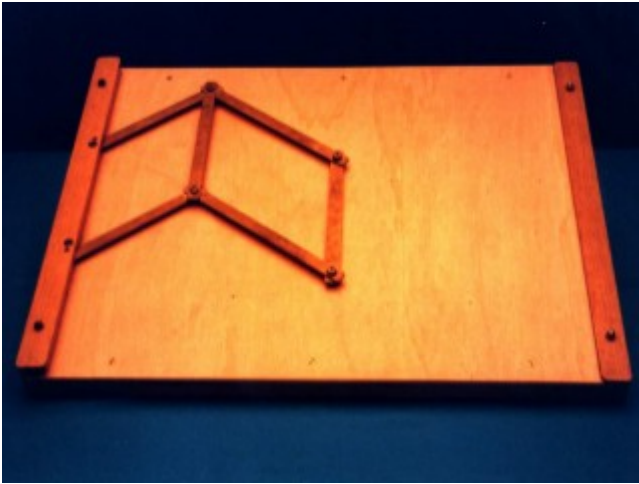


6. Schede delle macchine

Traslazione

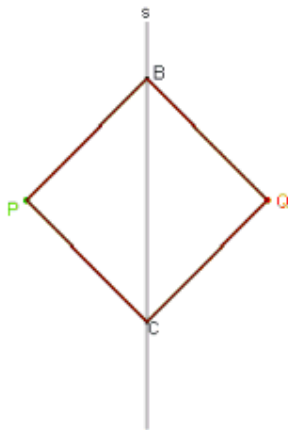
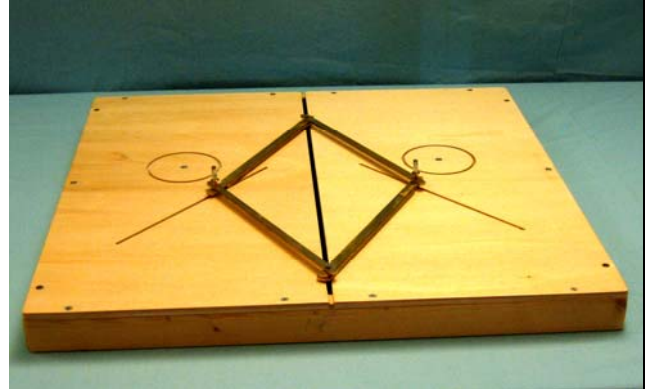
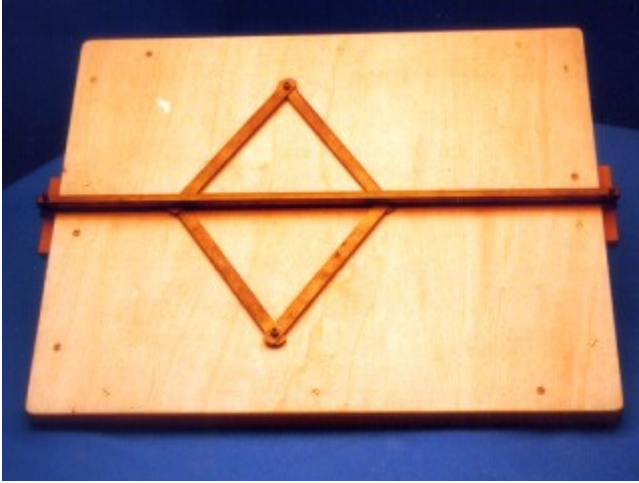


La macchina è formata da due parallelogrammi articolati aventi un lato in comune (CD) e un altro (AB), parallelo ad esso, fissato al piano del modello. Gli estremi P e Q del terzo lato, parallelo ai precedenti, sono il punto direttore e il punto tracciatore.

Il punto tracciatore e il punto direttore possono scorrere lungo due circonferenze o lungo due segmenti incisi nel piano d'appoggio in legno.

La macchina realizza una corrispondenza fra due regioni di piano in cui il punto direttore e il punto tracciatore si corrispondono; tale corrispondenza è la traslazione individuata dal lato fissato al piano.

Simmetria assiale

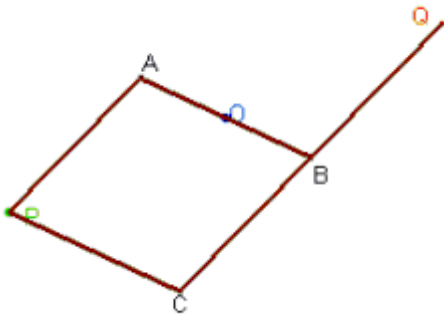
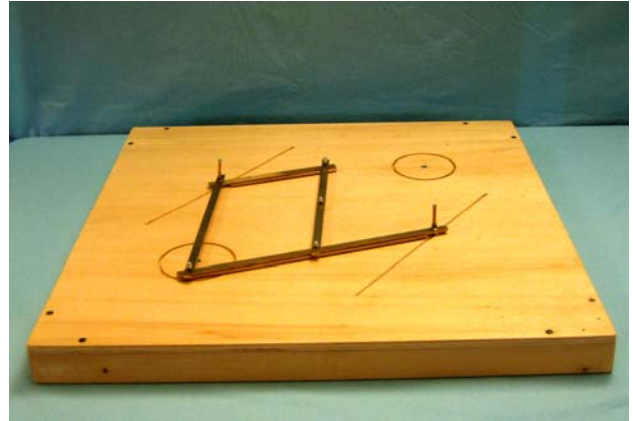
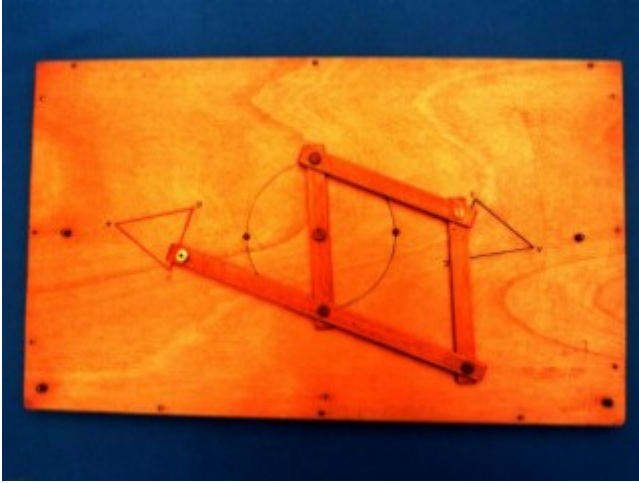


La macchina è formata da un rombo articolato, di cui due vertici (B e C) opposti sono vincolati a scorrere lungo una guida. I due vertici liberi P e Q sono il punto tracciatore e il punto direttore.

La guida è sostituita da una scanalatura nel legno. Il punto tracciatore e il punto direttore possono scorrere in due circonferenze o in due segmenti incisi nel legno.

La macchina realizza una corrispondenza fra due regioni di piano che giacciono su semipiani opposti rispetto ad s . Poiché in ogni posizione il segmento individuato dal punto direttore e dal punto tracciatore è una diagonale del rombo, quindi è perpendicolare all'altra diagonale ed è dimezzata da questa, la corrispondenza generata è la simmetria assiale ortogonale.

Simmetria centrale

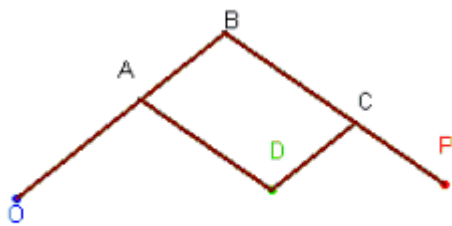
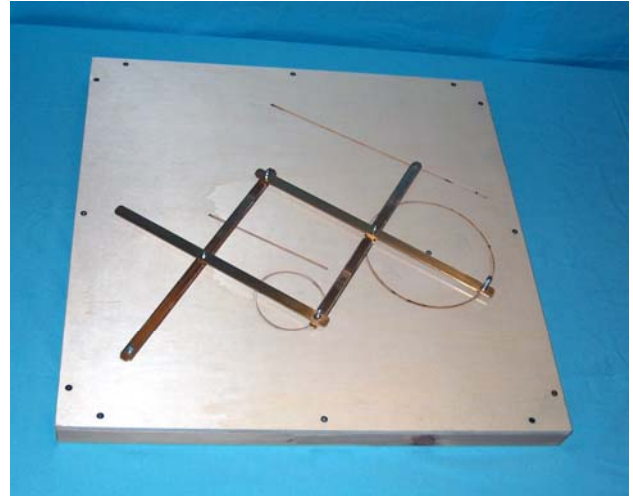
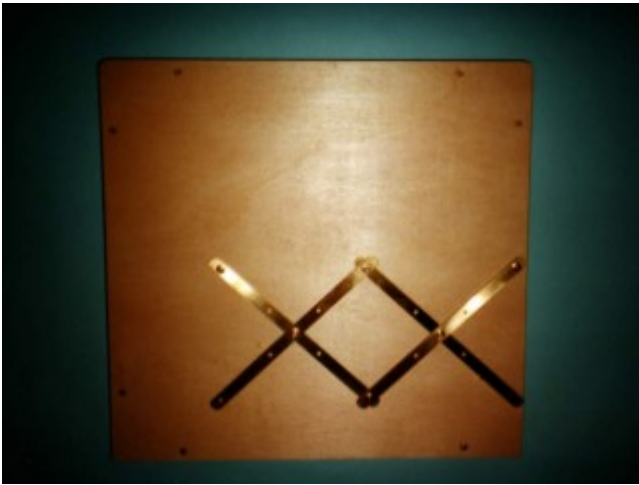


ABCP è un rombo articolato, il lato AB è imperniato al piano del modello nel suo punto medio O. L'asta CB è prolungata di una lunghezza $BQ = CB$. P e Q sono il punto direttore e quello tracciatore.

Ai disegni dei triangoli sono state sostituite due circonferenze e due segmenti incisi nel legno, in cui possono scorrere il punto P e il punto Q.

La macchina realizza una trasformazione in cui P e Q si corrispondono. Poiché in ogni posizione P e Q sono allineati con O e $PO = OQ$, la corrispondenza generata è la simmetria centrale con centro O.

Omotetia



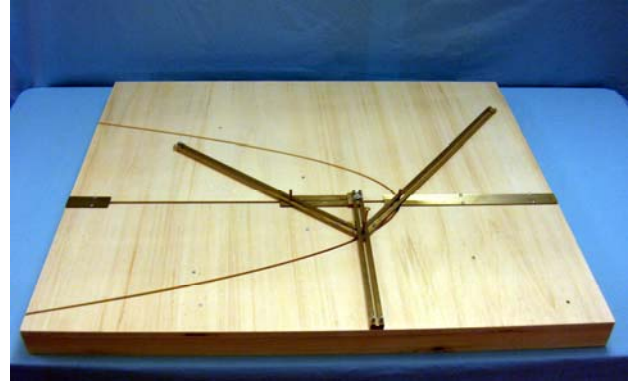
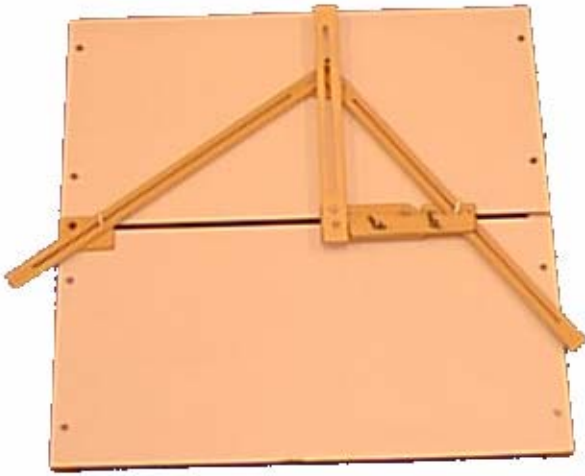
Quattro aste rigide sono incernierate nei punti A,B,C e D scelti in modo da formare un parallelogramma articolato. Il sistema è imperniato in O al piano del modello. Il punto P sull'asta BC è scelto

in modo tale che sia $\frac{BP}{BC} = \frac{OB}{OA}$.

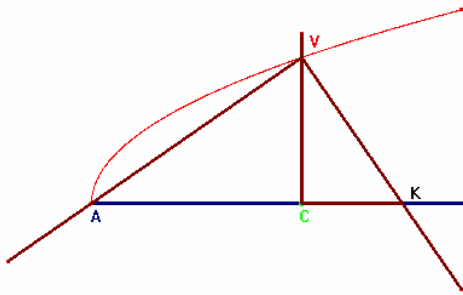
Nel modello sono state aggiunte le incisioni di due circonferenze e di due segmenti in cui possono scorrere il punto D e il punto P.

I punti D e P si corrispondono in una omotetia di centro O. Il rapporto di omotetia è $k > 1$ se viene scelto D come punto direttore e P come punto tracciatore ; è invece $k < 1$ nel caso contrario.

Parabolografo



La macchina è composta da due squadre AVK e VCK, posizionate in questo modo:



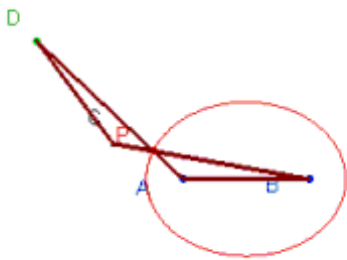
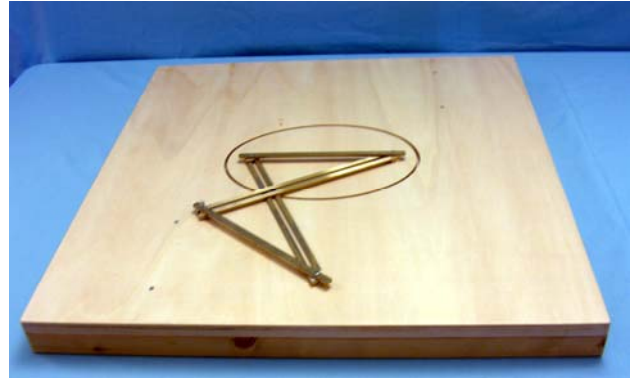
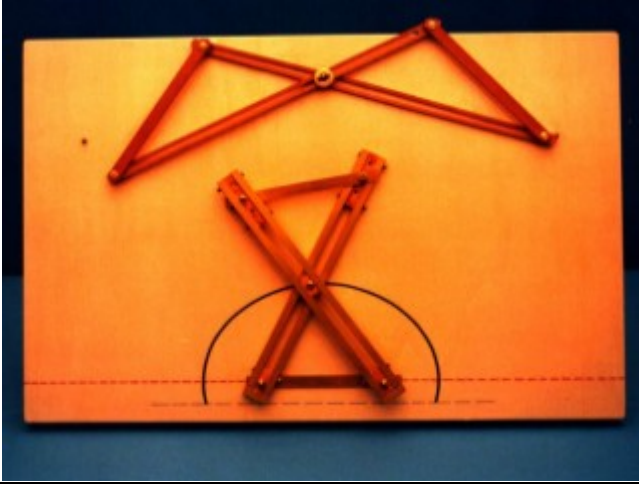
AK è una scanalatura rettilinea sulla quale scorre il segmento CK di lunghezza prestabilita.

Quando l'angolo retto KCV si muove, trascina con sé l'angolo retto AVK, che ha i lati VA e VK vincolati a passare, rispettivamente, per i punti A e K.

In questo modello la parabola è stata incisa nel legno e il punto V scorre su di essa.

Questa macchina incorpora, come propria legge, il "sintomo" di Menecmo: indicando il segmento AC con x , il segmento VC con y e il segmento di lunghezza costante CK con p , dal secondo teorema di Euclide risulta: $y^2 = p \cdot x$

Ellissografo



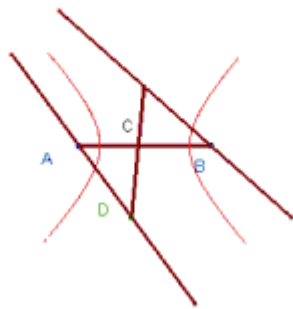
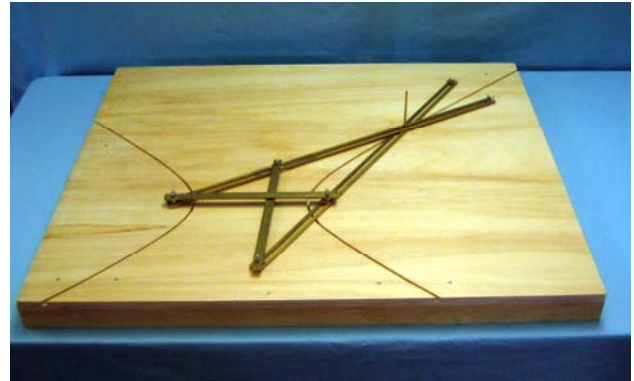
ABCD è un antiparallelogramma articolato; uno dei due lati minori, AB, è fissato al piano del modello. Facendo ruotare D attorno ad A, il punto P, intersezione dei due lati maggiori, descrive una ellisse di fuochi A e B e asse maggiore uguale ad AD.

L'ellisse disegnata è stato sostituita con una incisa nel piano di legno.

Per generare meccanicamente, con moto continuo, archi di una conica, è possibile sfruttare qualunque sua proprietà (anche diversa dai "sintomi" classici) incorporandola direttamente nello strumento.

In questo caso, si dimostra facilmente che P è equidistante da B e D, perciò $AP + PB = AP + PD = AD = k$. Quindi P descrive una ellisse avente A e B come fuochi.

Iperbolografo

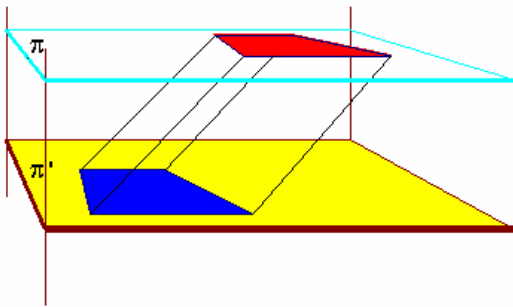


Il modello è formato da un antiparallelogramma articolato; che ha uno dei lati maggiori (AB) fissato al piano mentre i lati minori sono prolungati in modo che, durante la deformazione, possano intersecarsi in un punto P.

L'iperbole disegnata è stato sostituita con una incisa nel piano di legno.

Durante il movimento dello strumento, il punto P descrive due archi simmetrici di una iperbole di fuochi i due punti fissi A e B. Infatti PD e PB sono congruenti, quindi risulta $PB - PA = PD - PA = AD = k$.

Genesi spaziale traslazione



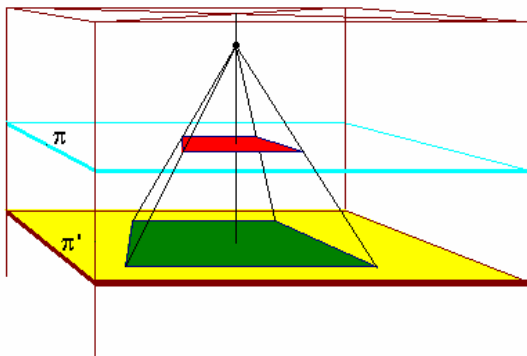
Nel modello fisico, le lastre rettangolari π (trasparente) e π' rappresentano due piani paralleli.

La macchina permette di sovrapporre i due piani con moto continuo, mantenendoli paralleli e senza ruotarli uno rispetto all'altro: durante tale movimento anche i fili tesi (raggi) conservano il loro parallelismo.

I piani di plexiglas sono stati sostituiti con dei piani rigati che permettono l'esplorazione tattile. I fili mantenuti in tensione da pesi sono stati sostituiti da elastici, di diametro maggiore e che rimangono più tesi. Le figure disegnate sono state sostituite con figure (rettangoli) di legno.

Il modello illustra una prospettiva fra piani paralleli π e π' generata per proiezione da un centro improprio. A sovrapposizione avvenuta la prospettiva diventa una traslazione. Il quadrilatero appartenente al piano π' si può immaginare come ombra solare di quello appartenente al piano π .

Genesi spaziale omotetia



Nel modello fisico, le lastre rettangolari π (trasparente) e π' rappresentano due piani paralleli.

Il meccanismo permette di sovrapporre i due piani con moto continuo, mantenendoli paralleli e conservando l'allineamento con O di ogni coppia P, P' di punti corrispondenti (perciò mentre i piani π e π' si avvicina, anche O si avvicina ad essi).

I piani di plexiglas sono stati sostituiti con dei piani quadrettati che permettono l'esplorazione tattile. I fili mantenuti in tensione da pesi sono stati sostituiti da elastici, di diametro maggiore e che rimangono più tesi. Le figure disegnate sono state sostituite con figure (rettangoli) di legno.

Il modello illustra una prospettiva fra i piani paralleli π e π' ottenuta per proiezione da un centro proprio O. A sovrapposizione avvenuta il centro O giace sui due piani sovrapposti, il rapporto delle distanze di O da due punti corrispondenti è costante, quindi la trasformazione generata è una omotetia.

La figura appartenente a π' si può considerare come ombra di quella giacente su π , ottenuta per effetto di raggi luminosi (materializzati nel modello mediante fili tesi) provenienti da una sorgente puntiforme posta in O.